

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 1

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.

(30 de puncte)

- 5p 1. Rezultatul calculului $6 + 4 \cdot 10$ este egal cu
- 5p 2. Numărul care reprezintă 25% din 100 este egal cu
- 5p 3. Suma numerelor întregi din intervalul $I = (-2, 2]$ este egală cu
- 5p 4. Dreptunghiul $ABCD$ are $AB = 8\text{ cm}$ și $BC = 5\text{ cm}$. Aria acestui dreptunghi este egală cu ... cm^2 .
- 5p 5. În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCD A'B'C'D'$. Unghiul determinat de dreptele AD și CC' are măsura de ...°.

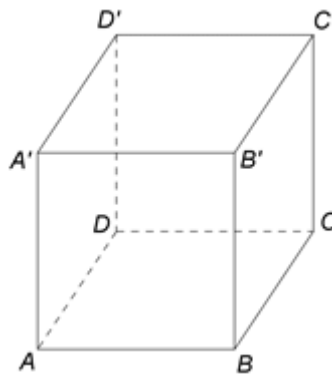


Figura 1

- 5p 6. În tabelul de mai jos este dată o dependență funcțională.

x	-2	0	2
$y = 2x + 3$	-1	3	m

Conform informațiilor din tabel, numărul real m este egal cu

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

- 5p 1. Desenați, pe foaia de examen, o prismă dreaptă $ABCDEF$ cu baza triunghiul echilateral ABC .
- 5p 2. Se consideră numerele $a = \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5}\right) : \frac{1}{2}$ și $b = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right)$. Arătați că numărul a este de 16 ori mai mare decât numărul b .
- 5p 3. După o reducere cu 30%, prețul unui obiect devine 63 de lei. Determinați prețul obiectului înainte de reducere.
4. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 3$.
- 5p a) Reprezentați grafic funcția f într-un sistem de coordonate xOy .
- 5p b) Determinați numărul real m , știind că punctul $A(m, 2m)$ aparține graficului funcției f .
- 5p 5. Se consideră expresia $E(x) = \frac{x}{x^2 + x} - \left(\frac{x}{x-1} - \frac{x}{x+1}\right) : \frac{2x}{x-1}$, unde x este număr real, $x \neq -1$, $x \neq 0$ și $x \neq 1$. Arătați că $E(x) = 0$, pentru orice x număr real, $x \neq -1$, $x \neq 0$ și $x \neq 1$.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un trapez dreptunghic $ABCD$ cu $AD \perp AB$ și $AB \parallel CD$. Semidreapta (BD este bisectoarea unghiului ABC , $AB = 16$ cm și $CD = 10$ cm.

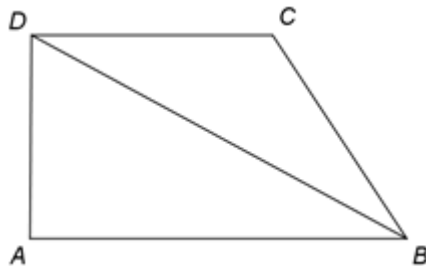


Figura 2

5p a) Arătați că lungimea liniei mijlocii a trapezului $ABCD$ este egală cu 13 cm.

5p b) Arătați că $BC = 10$ cm.

5p c) Știind că P este punctul de intersecție a laturii AB cu perpendiculara din C pe dreapta BD , demonstrați că $DP \parallel BC$.

2. În *Figura 3* este reprezentată o piramidă patrulateră regulată $VABCD$ cu $VA = AB = 10$ cm. Punctul O este intersecția dreptelor AC și BD .

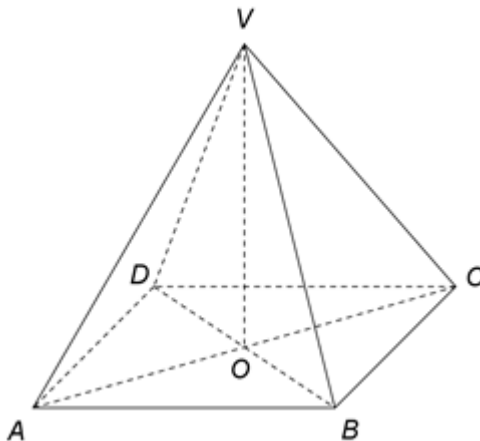


Figura 3

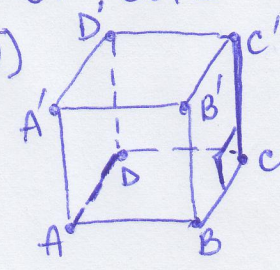
5p a) Arătați că aria bazei piramidei $VABCD$ este egală cu 100 cm^2 .

5p b) Demonstrați că înălțimea piramidei este de $5\sqrt{2}$ cm.

5p c) Determinați măsura unghiului dintre dreapta VA și planul (VBD) .

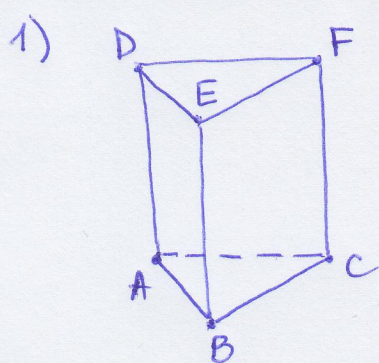
T1-2020 - REZOLVARE

SUBIECTUL I: 1) $6 + 4 \cdot 10 = 6 + 40 = 46$; 2) $(25\% \text{ din } 100) = \frac{25}{100} \cdot 100 = 25$; 3) $(-2; 2] \cap \mathbb{Z} = \{-1; 0; 1; 2\}$ iar suma lor este $-1 + 0 + 1 + 2 = 2$. 4) $A_{\square} = L \cdot l = AB \cdot BC = 8 \cdot 5 = 40$ (cm²)

5)  AD, CC': necoplanare
 $\left. \begin{array}{l} AD \parallel BC \\ AD, CC': \text{necoplanare} \end{array} \right\} \Rightarrow m(\widehat{AD; CC'}) = m(\widehat{BC; CC'}) = m(\widehat{BCC'}) = 90^\circ$

6) $\left. \begin{array}{l} y = 2x + 3 \\ x = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow y = 2 \cdot 2 + 3 = 4 + 3 = 7$.

SUBIECTUL al II-lea:



2) $a = \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5} \right) : \frac{1}{2} = \frac{5+3}{15} : \frac{1}{2} = \frac{8}{15} \cdot \frac{2}{1} = \frac{16}{15}$

$b = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{5-3}{15} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{15} = \frac{1}{15}$

$16 \cdot b = 16 \cdot \frac{1}{15} = \frac{16}{15} = a$. Deci $a = 16b$,

ceea ce înseamnă că a este de 16 ori mai mare decât b.

3) $100\% - 30\% = 70\%$. Notând cu x prețul obiectului înainte de reducere avem $(70\% \text{ din } x) = 63 \text{ lei} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{70}{100} \cdot x = 63 \Leftrightarrow x = 63 : \frac{70}{100} \Leftrightarrow x = 63 \cdot \frac{100}{70} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = 90 \text{ (lei)}$. Prețul, înainte de reducere era de 90 lei.

4) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x - 3$

a) $Gf \cap O_x: f(x) = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 3,$

deci $A(3; 0) \in Gf$.

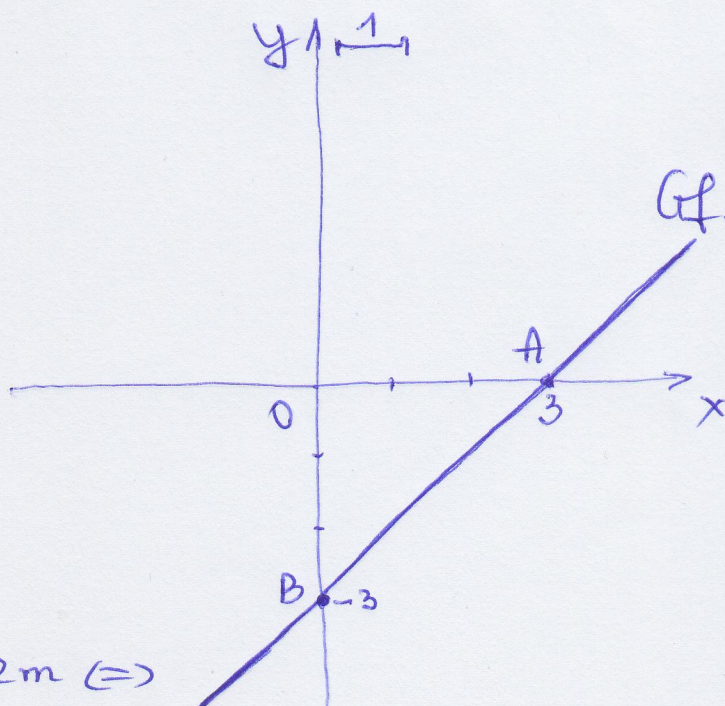
$Gf \cap O_y: f(0) = 0 - 3 = -3$

deci $B(0; -3) \in Gf$.

x	3	0
f(x)	0	-3

b) $A(m; 2m) \in Gf \Leftrightarrow f(m) = 2m \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow m - 3 = 2m \Leftrightarrow -3 = 2m - m \Leftrightarrow m = -3$.



$$5) E(x) = \frac{x}{x^2+x} - \left(\frac{\frac{x-1}{x}}{x-1} - \frac{\frac{x-1}{x}}{x+1} \right) : \frac{2x}{x-1}, \quad x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 0; 1\}$$

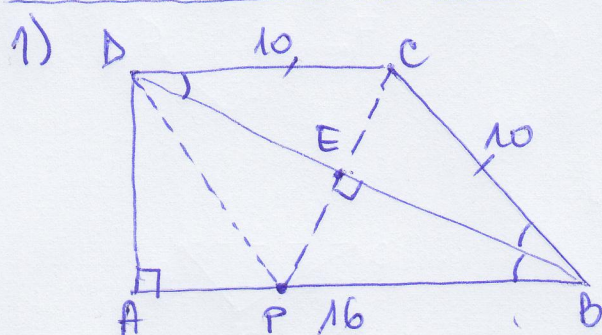
$$E(x) = \frac{\cancel{x}}{\cancel{x}(x+1)} - \frac{x^2 + \cancel{x} - (x^2 - \cancel{x})}{(x-1)(x+1)} \cdot \frac{x-1}{2x} =$$

$$= \frac{1}{x+1} - \frac{\cancel{x^2} + \cancel{x} - \cancel{x^2} + \cancel{x}}{(x-1)(x+1)} \cdot \frac{x-1}{2x} =$$

$$= \frac{1}{x+1} - \frac{\cancel{2x}}{(x-1)(x+1)} \cdot \frac{\cancel{x-1}}{2x} = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+1} = 0.$$

Deci $E(x) = 0$ pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 0; 1\}$.

SUBIECTUL al III-lea:



a) Fie M mijlocul lui $[AD]$; N mijlocul lui $[BC]$. Atunci MN este linia mijlocie a trapezului.

$$MN = \frac{AB + CD}{2} = \frac{16 + 10}{2} = \frac{26}{2} = 13 \text{ (cm)}.$$

b) $[BD: \text{bisectoarea lui } \widehat{ABC}] \Rightarrow \widehat{ABD} \equiv \widehat{DBC} \Rightarrow \widehat{ABD} \equiv \widehat{BDC} \text{ (alterne interne)}$
 $\Rightarrow \widehat{DBC} \equiv \widehat{BDC}$, deci $\triangle CBD$ este isoscel cu $[CB] \equiv [CD]$.

Dar $CD = 10 \text{ cm}$, deci $BC = CD = 10 \text{ cm}$.

c) $CP \perp BD$, notăm cu E intersecția dreptelor BD și CP.

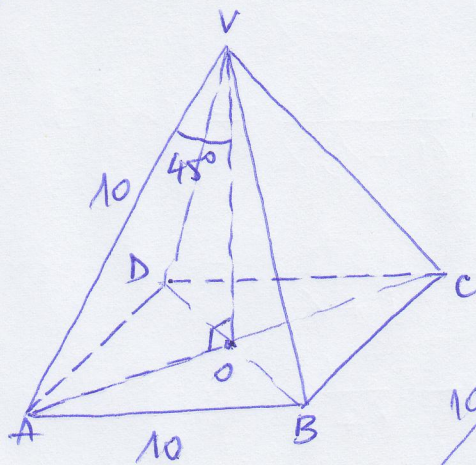
$\triangle CBD$: isoscel $\Rightarrow CE$: mediană, deci E: mijlocul lui $[BD]$.
 $\{CE: \text{înălțime}\}$

Atunci CP: mediatoarea lui $[BD]$, deci $[PD] \equiv [PB]$. (1)

În $\triangle BCP$ avem BE înălțime și bisectoare $\Rightarrow \triangle BCP$: isoscel cu $BC = BP$, deci, conform (1), avem $CD = CB = BP = PD$, iar atunci BCDP: romb. Avem, prin urmare, $DP \parallel BC$.

[Obs. Puteam argumenta și cu BE: mediană în $\triangle BPC \Rightarrow$ diagonalele $[BD]$ și $[CP]$ se înjumătățesc, iar $BD \perp CP \Rightarrow$ BCDP: romb.]

2)

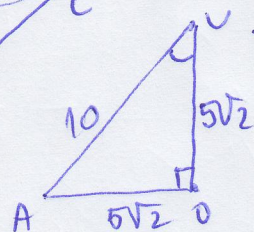


a) $ABCD$: pătrat; $A_{ABCD} = a^2 = AB^2 = 10^2 = 100$ (cm²)

b) Înălțimea piramidei este VO .

$$AC = a\sqrt{2} = 10\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$AO = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \cdot 10\sqrt{2} = 5\sqrt{2} \text{ (cm)}$$



T.P. în $\triangle VOA$:

$$\begin{aligned} VO^2 &= VA^2 - OA^2 = 10^2 - (5\sqrt{2})^2 = \\ &= 100 - 50 = 50 \Rightarrow \\ &\Rightarrow VO = \sqrt{50} = 5\sqrt{2} \text{ (cm)}. \end{aligned}$$

c) Măsura unghiului format de o dreaptă cu un plan este egală cu măsura unghiului format de dreaptă cu proiecția ei pe plan.

$$\underline{AO \perp BD};$$

$$VO \perp (ABC)$$

$$AO \subset (ABC)$$

$$\} \Rightarrow AO \perp (VBD) \Rightarrow$$

($BD; VO$: concurente, situate în (VBD))

$\Rightarrow$ proiecția dreptei VA pe planul (VBD) este VO , deci

$$m[\widehat{VA; (VBD)}] = m(\widehat{AVO}).$$

Am văzut la punctul b) că $OA = OV = 5\sqrt{2} \text{ cm}$, deci

$\triangle OVA$: dreptunghiuc isoscel, deci $m(\widehat{AVO}) = 45^\circ$.

Prin urmare $m[\widehat{VA; (VBD)}] = 45^\circ$.

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Matematică

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Test 1

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	46	5p
2.	25	5p
3.	2	5p
4.	40	5p
5.	90	5p
6.	7	5p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	Desenează prisma dreaptă cu baza triunghi echilateral Notează prisma dreaptă $ABCDEF$ cu baza triunghiul echilateral ABC	4p 1p
2.	$a = \frac{5+3}{15} : \frac{1}{2} = \frac{8}{15} \cdot 2 = \frac{16}{15}$ $b = \frac{1}{2} \cdot \frac{5-3}{15} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{15} = \frac{1}{15}$ și, cum $a = 16b$, obținem că a este de 16 ori mai mare decât b	2p 3p
3.	$x - 30\% \cdot x = 63$, unde x este prețul obiectului înainte de reducere $x = 90$ de lei	3p 2p
4.	a) Reprezentarea unui punct care aparține graficului funcției f Reprezentarea altui punct care aparține graficului funcției f Trasarea graficului funcției f	2p 2p 1p
	b) $f(m) = 2m \Rightarrow m - 3 = 2m$ $m = -3$	3p 2p
5.	$\frac{x}{x^2+x} = \frac{x}{x(x+1)} = \frac{1}{x+1}$, $\frac{x}{x-1} - \frac{x}{x+1} = \frac{x(x+1) - x(x-1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{2x}{(x-1)(x+1)}$ $E(x) = \frac{1}{x+1} - \frac{2x}{(x-1)(x+1)} \cdot \frac{x-1}{2x} = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+1} = 0$, pentru orice x număr real, $x \neq -1$, $x \neq 0$ și $x \neq 1$	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	a) Lungimea liniei mijlocii a trapezului $ABCD$ este egală cu $\frac{AB+CD}{2} = \frac{16+10}{2} =$ $= \frac{26}{2} = 13\text{cm}$	3p 2p
	b) (BD este bisectoarea unghiului $ABC \Rightarrow \angle CBD \equiv \angle ABD$ $AB \parallel CD \Rightarrow \angle ABD \equiv \angle CDB$, deci $\angle CBD \equiv \angle CDB \Rightarrow \triangle BCD$ isoscel, de unde $BC = 10\text{cm}$	2p 3p
	c) (BD este bisectoare în $\triangle BCP$ și $BD \perp CP$, deci $\triangle BCP$ este isoscel, adică $BC = BP$, de unde obținem $BP = CD$ Cum $BP \parallel CD$, obținem că $BCDP$ este paralelogram, deci $DP \parallel BC$	3p 2p

2.	a) $ABCD$ este pătrat, deci $\mathcal{A}_{ABCD} = AB^2 =$ $= 10^2 = 100 \text{ cm}^2$	3p
		2p
	b) AC este diagonală în pătratul $ABCD$, deci $AC = 10\sqrt{2} \text{ cm}$, de unde obținem $OA = 5\sqrt{2} \text{ cm}$	2p
	$VO \perp (ABC)$, $AO \subset (ABC)$, deci $VO \perp AO \Rightarrow VO^2 + OA^2 = VA^2 \Rightarrow VO = \sqrt{100 - 50} = 5\sqrt{2} \text{ cm}$	3p
	c) $AO \perp BD$, $AO \perp VO$ și $BD \cap VO = \{O\}$, deci $AO \perp (VBD) \Rightarrow m(\angle(VA, (VBD))) =$ $= m(\angle(VA, VO)) = m(\angle AVO)$	3p
	$\triangle VOA$ este dreptunghic isoscel, deci măsura unghiului dintre dreapta VA și planul (VBD) este de 45°	2p